CINETIQUE DES TRANSFORMATIONS RADIOACTIVES

Plan du cours

- Introduction
- Constante radioactive
- Décroissance radioactive
- Représentation graphique
- Période radioactive
- Activité
- Relation masse activité
- Loi d'évolution de l'activité dans le temps
- Filiations radioactives

INTRODUCTION

La radioactivité: processus dans lequel certains noyaux atomiques émettent de façon spontanée, un rayonnement ; l'origine de ce phénomène étant: l'instabilité de la structure du noyau

Henri Becquerel:

- découvre la radioactivité en 1896:
- observa que des sels d'uranium impressionnaient à l'obscurité une plaque photographique
- obtint ainsi une image et conclut que l'uranium émettait un rayonnement
- Pierre et Marie Curie en 1898 appelèrent ce phénomène radioactivité

Constante radioactive :

- La radioactivité ou phénomène de désintégration radioactive:
- un phénomène spontané: se déclenche seul sans intervention extérieure
- un phénomène aléatoire:
- Il est impossible de prévoir à quel moment un noyau radioactif va se transformer ; par contre,
- il est possible de déterminer la probabilité qu'a ce noyau, de se transformer par unité de temps:

- Cette probabilité de désintégration : **la constante radioactive et se symbolise par λ (elle a pour dimension l'inverse d'un temps: s^{-1} , h^{-1} , j^{-1}, an $^{-1}$)**
- **Caractéristiques de la probabilité de désintégration:**
  - **spécifique du radionucléide**
  - **indépendante:**
    - du nombre initial de noyaux radioactifs présents
    - de l'état chimique de l'atome
    - de la pression et de la température
    - de l'âge de l'atome

Décroissance radioactive :

- **La loi de décroissance** exprime la variation du **nombre d'atomes radioactifs en fonction du temps.**
- N (t) : nombre d'atomes radioactifs contenus dans une préparation qui renferme initialement, au temps t=0, N_0 atomes
- dN : nombre d'atomes qui se désintègrent au cours d'un temps dt
- $\mathbf{dN = - \lambda N (t) dt}$
- Le coefficient λ: constante radioactive
- Le signe **-** : indique que le nombre d'atomes décroît au cours du temps → décroissance

- La relation

$$dN = - \lambda N(t)\, dt$$

Signifie simplement que le nombre de désintégrations qui se produisent à un instant donné est proportionnel au nombre d'atomes N(t) encore radioactifs à cet instant

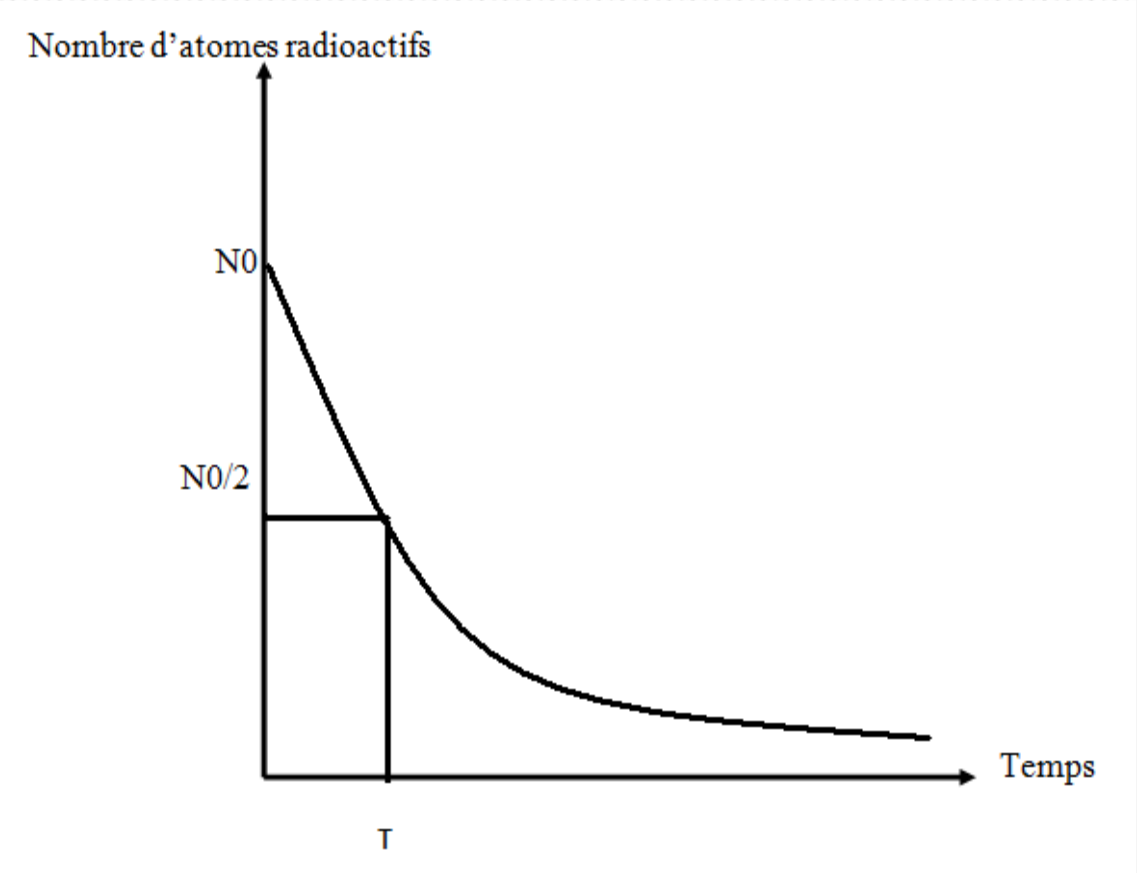
Comme ce nombre décroit au cours du temps,

l' « activité » de la source, définie comme le nombre de désintégrations par unité de temps (dN/dt) décroit parallèlement à N(t)

- Considérons la relation : **$dN = - \lambda N(t)\, dt$**
- **d'où $dN / dt + \lambda N = 0$**
- **$\int dN/N = - \int \lambda\, dt + cte$**
- **$\ln N = - \lambda t + cte$**
- **Si N0 : le nombre d'atomes au temps initial t=0**
- **$\ln N0 = cte$**
- **$\ln N = - \lambda t + \ln N(0)$**
- **$\ln N / N(0) = -\lambda t$ $\qquad$ $N / N(0) = e^{-\lambda t}$**
- **$N(t) = N(0)\, e^{-\lambda t}$**
- Cette relation correspond à une fonction exponentielle décroissante de coefficient λ
- Donc le nombre d'atomes décroît exponentiellement avec le temps

Représentation graphique :

La courbe de décroissance représentée par la variation du nombre d'atomes en fonction du temps



Le nombre d'atomes susceptible de se désintégrer suit en fonction du temps une loi exponentielle.

La courbe de décroissance radioactive a une forme exponentielle.

Période radioactive :

La période T: temps au bout duquel le nombre d'atomes a diminué de moitié

$N = N0/2$

$N(T) = N(0)\, e^{-\lambda t} \Rightarrow N(0) / 2 = N(0)\, e^{-\lambda T} \Rightarrow \lambda T = \ln 2$

$T = \ln 2/\lambda \Rightarrow \quad \ln 2 = 0{,}693$ donc $\mathbf{T = 0{,}693 / \lambda}$

λ et T doivent être exprimés avec la même unité de temps.

- T: caractéristique d'un radio-isotope; non modifiée par des influences extérieures (θ, pression…)
- T : Fraction de secondes → Milliards d'années

Exemple:

$^{12}_{5}B$: **T = 0,02 sec;** $^{238}_{92}U$: **T = 4,5 milliards années**

Exemples

- **Radionucléides utilisés en scintigraphie (diagnostique) conventionnelle:**
  - Technétium - 99 m 6 heures
  - Iode - 123 13 heures
  - Thallium - 201 3 jours
- **Radionucléides employé en thérapie (radiothérapie métabolique):**
  - Iode 131 8 jours
- **Radionucléides employés en tomographie par émission de positons TEP**
  - Fluor 18 2 heures
- **Radionucléide employés en biologie (in vitro)**
  - Iode 125 60 jours

REMARQUE:

Lorsqu'un radioélément est introduit à l'intérieur de l'organisme (par exemple un traceur radioactif pour effectuer une scintigraphie), il faut tenir compte de la **période physique T** et **de la période biologique Tb**.

La période biologique:

Le temps nécessaire au bout duquel la moitié de la quantité d'un radioélément est éliminé naturellement de l'organisme (urine, féces, sueur, air exhalé …) : **Tb**

Donc, en l'absence d'apport, l'activité présente dans l'organisme décroit en fonction de Tb par élimination et de T par désintégration

La période effective : Te relie T et Tb par la relation :

$$\frac{1}{Te} = \frac{1}{T} + \frac{1}{Tb}$$

Exemple :

^{131}I : T = 8,04 j

Tb= 30 j

Te= 7,06j

^{137}Cs: T= 30 ans

Tb= 70 jours

Te = 70 jours

Activité d'un échantillon radioactif

- Nombre désintégrations (dN) se produisant dans une source radioactive par unité de temps d(t)
- L'activité d'une source se définit comme le rapport:

$$A(t) = dN/dt$$

- **Par définition l**'activité est un nombre positif: en valeur absolue (sans le signe – qui figure dans la relation de décroissance radioactive)
- $A(t) = |dN/dt| = \lambda N(t)$ **soit** $A(t) = \lambda N(t)$
- $A(t) = \lambda N(0) e^{-\lambda t}$ **soit** $A(0) = \lambda N(0)$ $t = 0$

- $A(t) = A(0) e^{-\lambda t}$

➥Unité d'activité

◆ **Unité d'activité du système international actuelle et légale:**

le Becquerel (Bq)

· correspond à une désintégration par seconde

· activité de 1 Bq extrêmement faible, en pratique, on utilise les multiples :

- méga-becquerel (MBq) = 10^6 Bq
- giga-becquerel (GBq) = 10^9 Bq

· Activités couramment employées en médecine nucléaire :

- diagnostic : quelques dizaines à quelques centaines de MBq
- thérapie : dépasse souvent le GBq

◆ Unité d'activité historique ancienne et classique : le curie (Ci)

· Correspond à $3,7.10^{10}$ désintégrations par seconde.

. Correspond à l'activité d'un gramme de radium.

1 Ci = $3,7.10^{10}$ Bq = l'activité de 1g de Radium

· Activité de 1 Ci élevée (1Ci = $3,7\ 10^{10}$ Bq) : on utilise les sous-multiples :

- milli-curie (mCi) = $3,7\ 10^{7}$ Bq= 37 MBq
- micro-curie (µCi) = $3,7\ 10^{4}$ Bq

➥Activité spécifique :

L'activité spécifique à un instant donné d'un échantillon d'élément radioactif :

$$a(t) = \frac{A(t)}{m}$$

Elle s'exprime en Ci/g ou unités similaires (mCi/mg…) ; également en Curie par mole, ou plus pratiquement en mCi/mmol

Elle doit être distinguée de la concentration radioactive c(t) qui exprime l'activité à un instant donné par unité de volume d'un élément radioactif en solution.

➥ La vie moyenne d'un radionucléide

- Symbolisée par τ **:**
- **Ce temps correspond à l'inverse de la constante radioactive $\tau = 1/\lambda$**
- **Exprimée en secondes.**

Relation masse-activité :

- Chaque radionucléide a une période T et une constante radioactive λ qui lui sont propres.
- Connaissant T d'un radionucléide ou sa constante radioactive λ

↓

L'activité A d'une masse m (exprimée en gramme) de ce radionucléide.

En effet, la masse m de N atomes de masse atomique Ma est :

$m(g) = N \times Ma/\mathcal{N}$ avec $\mathcal{N}$: nombre d'Avogadro = 6.02×10^{23}

Puisque l'activité est proportionnelle au nombre d'atomes :

$$A\,(Bq) = \lambda N \rightarrow N = A/\lambda$$

$$T = \ln 2/\lambda \rightarrow \lambda = \ln 2/T$$

$$m = \frac{A}{\lambda} \times \frac{Ma}{\mathcal{N}} \rightarrow A = \frac{\ln 2 \times m \times \mathcal{N}}{Ma \times T}$$

En exprimant λ en fonction de la période

$$\boxed{A = \frac{0{,}693 \times m \times \mathcal{N}}{Ma \times T}}$$

Exemples:

- Pour une activité de 1GBq = 10^{9} Bq;

  la masse de :

- **^{59}Fe:** T= 45 jours

$T = 45 \times 24 \times 60 \times 60 = 3{,}89 \times 10^{6}$ sec

$\lambda = 0{,}693 / 3{,}89 \times 10^{6} = 178 \times 10^{-9}\ S^{-1}$

$$m = \frac{10^{9}}{178 \times 10^{-9}} \times \frac{59}{6{,}02 \times 10^{23}}$$

$$m = 5{,}6\ 10^{15} \times \frac{59}{6{,}02 \times 10^{23}} = 0{,}55 \text{ mg}$$

- La masse de Sodium 24 T= 15 heures

$$T = 15 \times 60 \times 60 = 54000 \text{ s}$$

- $$\lambda = \frac{0{,}693}{54000} = 12{,}8 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$$

$$m = \frac{10^{9}}{12{,}8 \times 10^{-6}} \times \frac{24}{6{,}02 \times 10^{23}}$$

$$m = 78 \times 10^{12} \times \frac{24}{6{,}02 \times 10^{23}} = 3{,}1 \mu g$$

$$A = \frac{0{,}693 \times m \times \mathcal{N}}{Ma \times T}$$

$$m = \frac{A \times Ma \times T}{0{,}693 \times \mathcal{N}}$$

- La masse de radionucléide d'une activité donnée est d'autant plus grande que sa période est plus longue et sa masse molaire plus élevée.

Correspondance entre la masse et l'activité de différents radionucléides

Radionucléide	Masse atomique	T	Masse MBq	Masse 1 Ci
Carbone 14	14	5 730 a	6,05µg	0,224g
Radium 226	226	1 600 a	27,3µg	1g
Césium 137	137	30,15 a	0, 31µg	11,5mg
Phosphore 32	32	14,28j	$0,095.10^{-3}$µg	3,5µg
Iode 131	131	8,02j	$0,2.10^{-3}$µg	8,04 µg
Technétium99m	99	6,0 h	$0,5.10^{-5}$µg	0,18 µg

Loi d'évolution de l'activité dans le temps

- L'application de la définition de la période permet de calculer directement l'activité résiduelle (A R) après 1 temps et 1 nombre entier de périodes.
- Soit A_0 : l'activité initiale
- Après 1 T ; A.R est : $A_1 = A_o/2$
- Après 2T; A.R est : $A_2 = A_1/2 = A_o/4 = A_o/2^2$

- après 3T ; A.R est :

$$A_3 = A_2/2 = A_o/8 = A_o/2^3$$

- **nT** $\longrightarrow$ **$A_n = A_o/2^n$**
- après 10T, l'A.R est:

$$\mathbf{A_{10} = A_o / 2^{10}}$$

- Mais pour calculer l'activité après un temps de décroissance t différent d'un nombre entier de T :

$$A = A_o\, e^{-(t/T).\ln 2}$$

$$\boldsymbol{\lambda = \ln 2/T}$$

Filiations Radioactives

- Les filiations radioactives: série de désintégrations qui partent d'un noyau initial radioactif pour aboutir à un noyau final stable.
- La filiation la plus simple:

X* un isotope radioactif «père» $\longrightarrow$ Y un isotope stable «fils»

- La filiation radioactive peut comporter des états instables intermédiaires: radioactifs (*) ou métastables (m)

$$X^* \longrightarrow Y^* \longrightarrow Z \text{ stable}$$

$$X^* \longrightarrow {}^{m}Y \longrightarrow Y \text{ stable}$$

➥Exemple de filiation à deux corps:

$$1 \longrightarrow 2$$

Noyau 1 — Radionucléide père (radioactif)

Décroissance de N_1

λ_1 ↓ $dN_1/dt = -\lambda_1.N_1$: l'élément 1 diminue

Noyau 2 — Nucléide fils stable

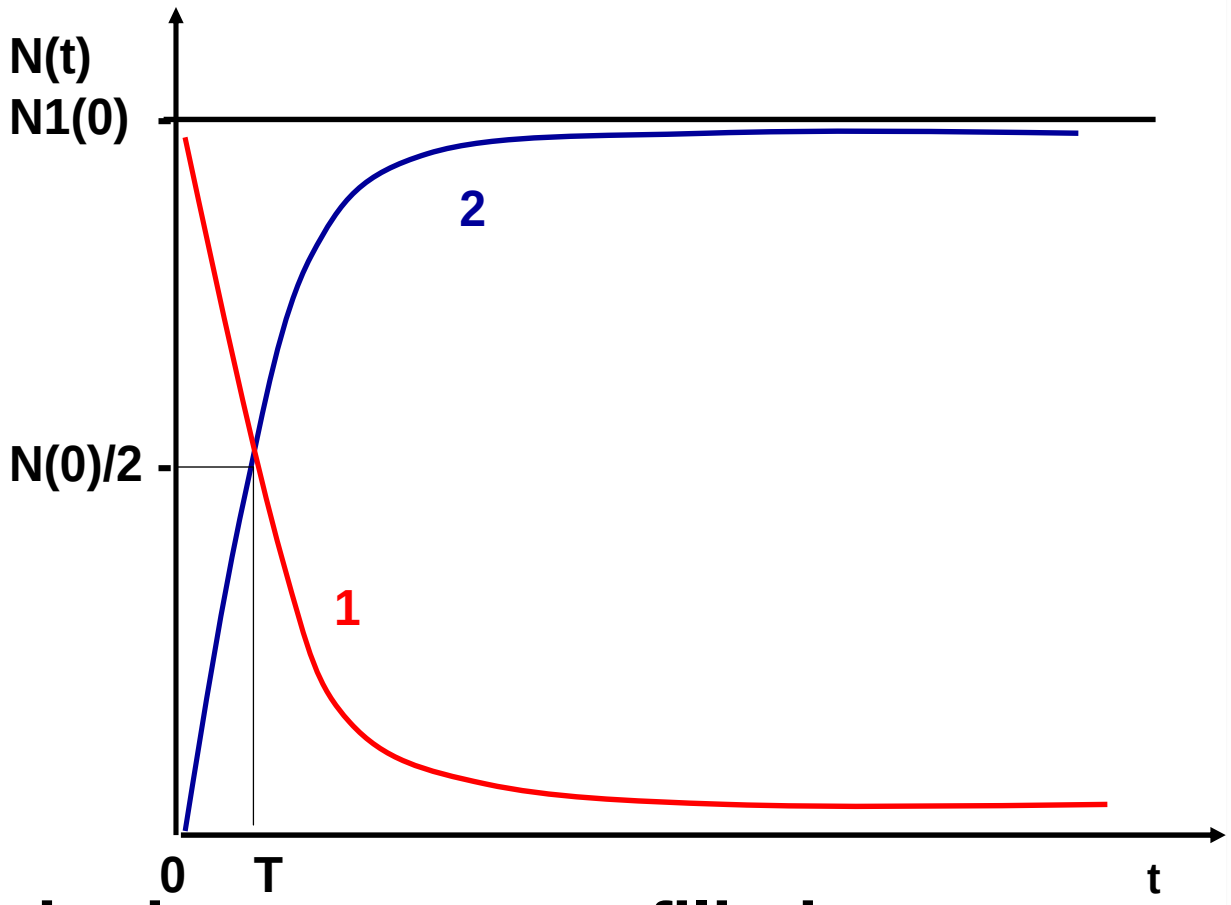
Croissance de N_2

$dN_2/dt = +\lambda_1.N_1$: augmente au même taux

Variation du nombre de noyaux dans la filiation à deux corps

Si lorsque t=0
N2(0) = 0

lorsque t = T
N1(t) = N2(t)



Cas de deux corps en filiation

➥Exemple : Filiation à trois corps : cas général

$$1 \xrightarrow[\lambda_1]{} 2 \xrightarrow[\lambda_2]{} 3$$

$$N1 \longrightarrow N2 \longrightarrow N3$$

1 : le radionucléide père

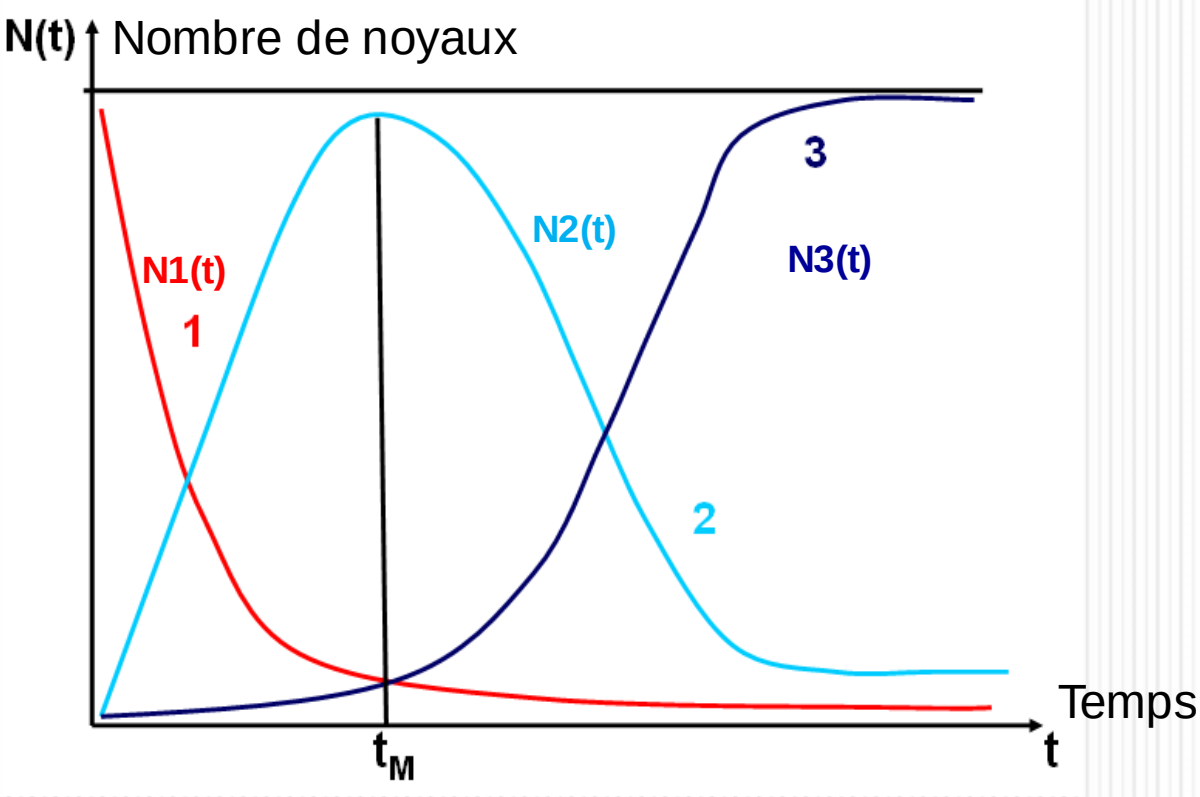
2 : le radionucléide fils

3 : le résultat de la décroissance de 2 (stable ou radioactif)

L'analyse de la filiation se fait sous forme différentielle (c'est à dire sous forme de système d'équation donnant les variations de *N1, N2, N3* au cours du temps)

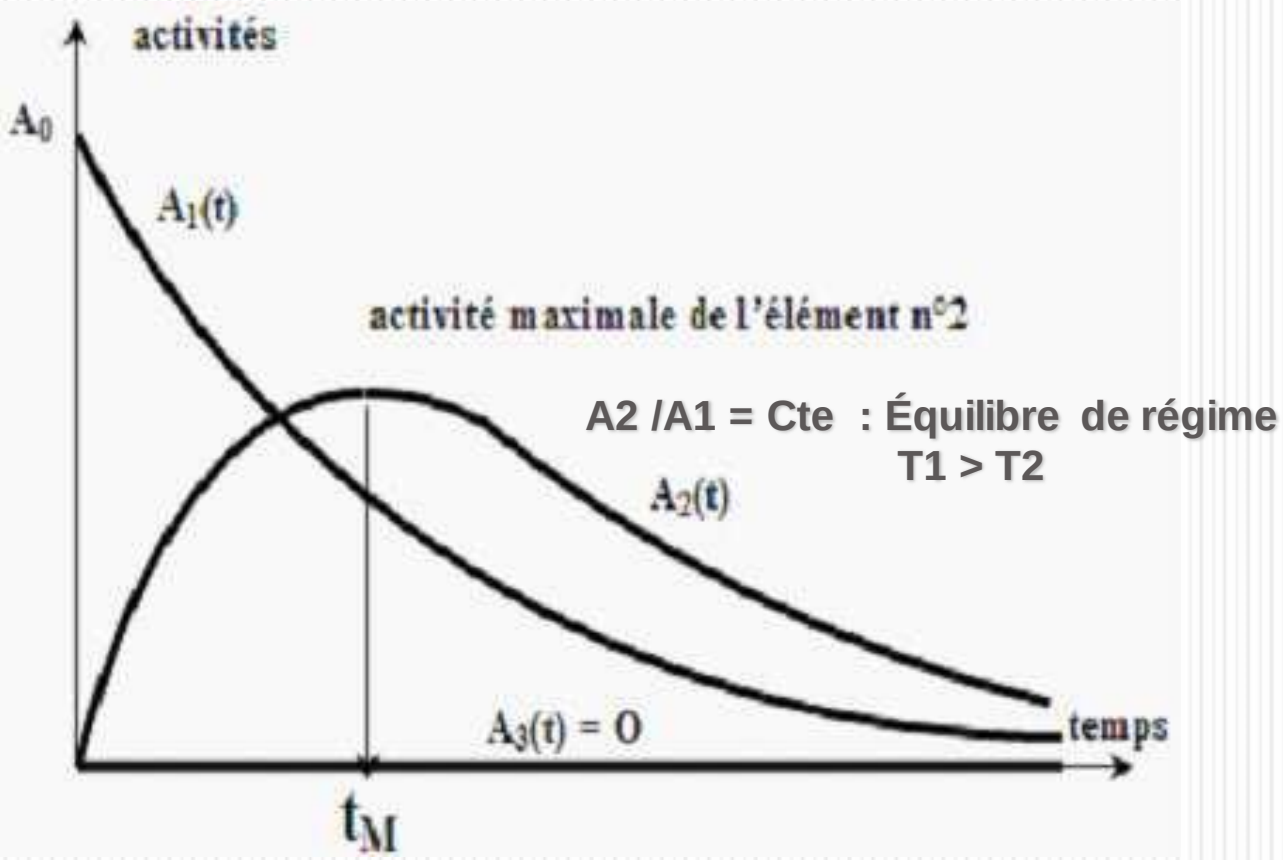
Décroissance de N1 :	$dN1/dt = -\lambda_1 \; N1$
Croissance et décroissance de N2:	$dN2/dt = \lambda_1 N1 - \lambda_2 N2$
Croissance de N3:	$dN3/dt = \lambda_2 \; N2$

La résolution de ce système d'équations est relativement complexe ⇒ le résultat sous forme graphique, à savoir les courbes de variation des trois fonctions N1 (t), N2 (t) et N3 (t) :



Variation du nombre d'atomes dans le cas de 3 corps en filiation

Si au lieu de considérer le nombre de noyaux (radioactifs ou stables) on s'intéresse aux activités (qui ne concernent que les noyaux radioactifs, les noyaux stables ayant par définition une activité nulle) ⇒ le diagramme suivant



- $A_1(t)$ décroît de manière exponentielle
- tandis que $A_2(t)$ partant d'une valeur nulle, augmente par transformation du radioélément père,
- puis décroît parallèlement à l'activité de A_1 (t)
- Le maximum de $A_2(t)$ est obtenu au bout d'un temps TM
- A cet instant, les activités des nucléides père et fils sont égales: $A_1(tM) = A_2(tM)$
- Le troisième élément stable ayant une activité nulle
- Cette situation est qualifiée **d'équilibre de régime** : principe des générateurs isotopiques

Le générateur des radio-isotopes le plus utilisé en médecine nucléaire: générateur molybdène 99 - technétium 99m

$$^{99}_{42}Mo\ (1) \xrightarrow{\beta^-} {}^{99m}_{43}Tc\ (2) \xrightarrow{\gamma} {}^{99}_{43}Tc\ (3)$$

$T_1 = 67$ h $\qquad$ $T_2 = 6$h

$\lambda_1 = 10^{-2}$/h $\qquad$ $\lambda_2 = 12.\ 10^{-2}$/h

T1> T2 $\qquad$ $\lambda_1 < \lambda_2$

donc (2) décroît avec T1 $\qquad$ A2 proportionnelle A1

A2/A1= cte Équilibre de régime

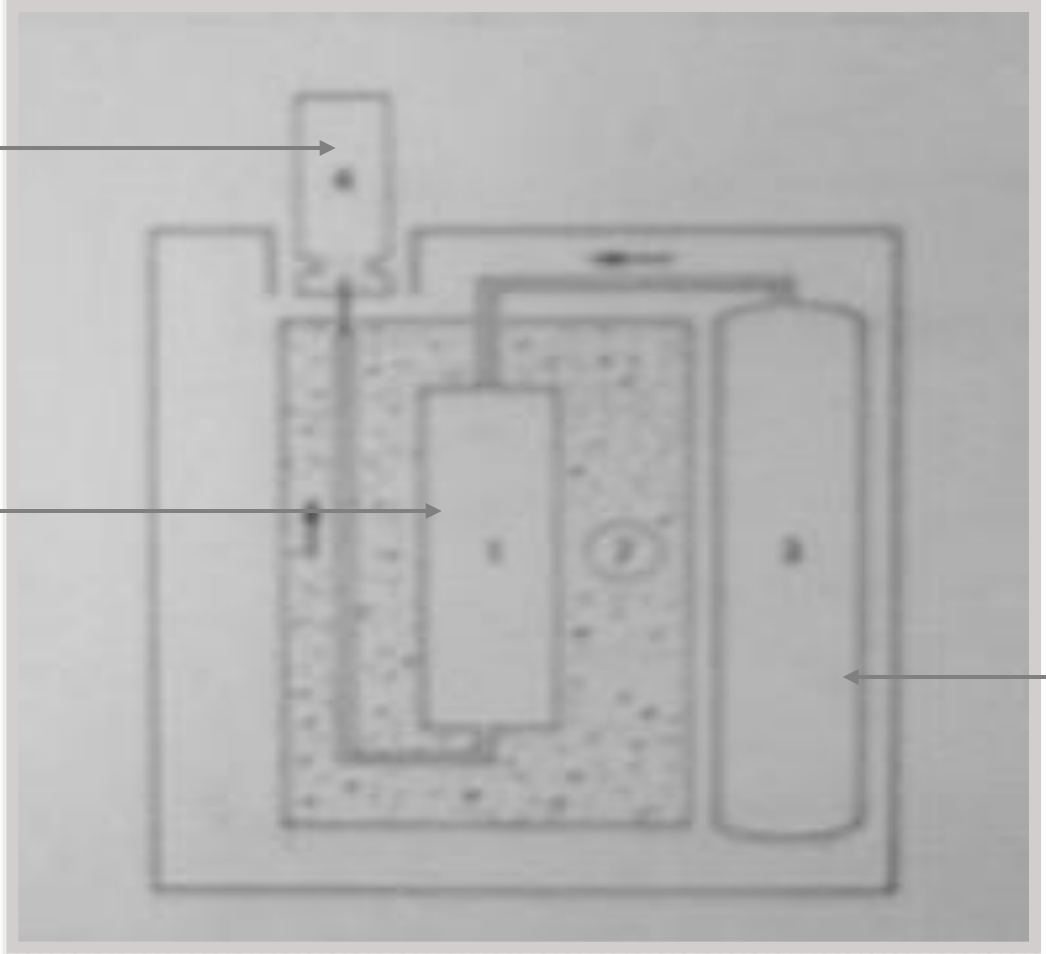
Pour un générateur technétium 99m:

- Taux de production diminue avec T= 67 h
- Activité d'une source brute de ^{99m}Tc décroîtrait avec T= 6 h

- Le générateur de technétium 99m est construit selon le principe suivant:

Flacon sous vide

Colonne du ^{99}MO

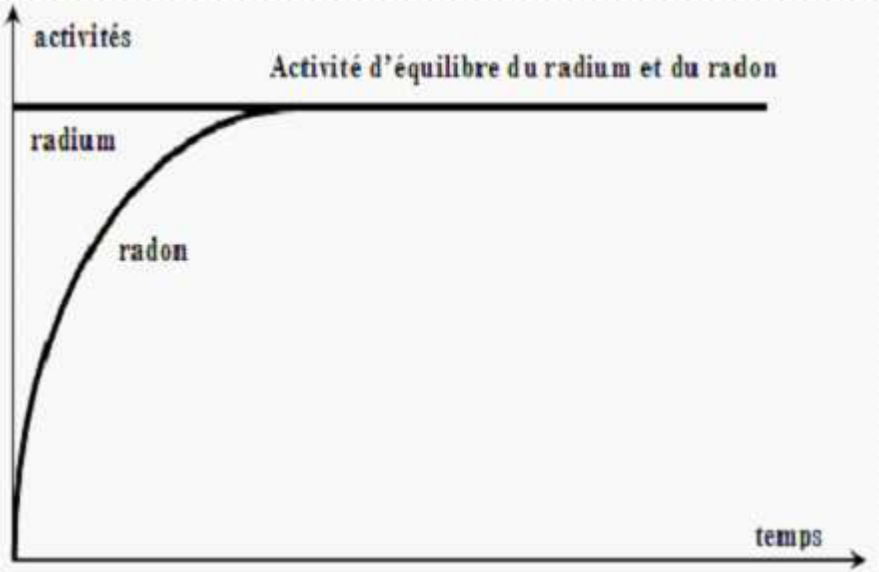


Réservoir de NACL

- Une autre situation un peu particulière concerne le cas où:

T1 du père >>T2 du fils $\Rightarrow$ $\lambda 1 << \lambda 2$

- L'activité de nucléide père reste pratiquement constante (longue période),
- L'activité du nucléide fils augmente jusqu'à atteindre celle du nucléide père puis demeure stable.
- Ce phénomène , appelé « équilibre séculaire »

Exemple :

$$^{226}_{88}Ra \xrightarrow[1600\ \text{ans}]{\alpha} {}^{222}_{86}Rn \xrightarrow[3{,}8\ \text{j}]{\alpha} {}^{218}_{84}Po$$